

學系	財務工程與精算數學系	考試時間	70 分鐘
科目	數學科筆試	本科總分	100 分

第一部份：答案務必寫在 答案卷 上(在題目卷上作答者 不予計分)，並於題號欄標明題號； 1 至 4 題為填充題，第 5 題為證明題。

1. 已知  $A, B, C, D, E$  皆為常數，且

$$\frac{x}{(x-1)(x^2+1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2}$$

則  $(A+B+C, D^2+E^2) = \underline{\hspace{2cm}}$  (10%)

2. 假設有一種運算  $\langle u, v \rangle$  滿足下列四項性質：

對所有  $u, v, w \in \mathbb{R}^n$  ,  $k \in \mathbb{R}$

(i)  $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$

(ii)  $\langle u, v+w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$

(iii)  $\langle ku, v \rangle = k \langle u, v \rangle$

(iv)  $\langle u, u \rangle \geq 0$  且  $\langle u, u \rangle = 0 \Leftrightarrow u = 0$

已知  $\langle 2u - 3v, 2u - 3v \rangle = 36$  ,  $\langle u, u \rangle = 9$  ,  $\langle v, v \rangle = 4$  ,

則  $\langle v, u \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$  (10%)

背面尚有試題

學系	財務工程與精算數學系	考試時間	70 分鐘
科目	數學科筆試	本科總分	100 分

3. 在三角形  $\triangle ABP$  中， $\overline{AP} \perp \overline{BP}$ ，且 C 與 A、P 共線。已知 A 點座標為

$(1, 1, 1, 1)$ ，B 點座標為  $(3, -2, 0, -1)$ ，C 點座標為  $(2, 0, 2, 0)$ ，則 P 點座標為 \_\_\_\_\_(10%)

4. 已知  $a = \frac{3}{2}$ ， $b = \log_5\left(\frac{1}{25}\right)$ ， $c = \log_5 7$ ， $d = \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}\right)$

請比較 a, b, c, d 與 1，這五數的大小關係為 \_\_\_\_\_(10%)

5. 已知  $a_1 = \sqrt{2}$ ， $a_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ ， $\dots$ ， $a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$ ， $\dots$

請以數學歸納法證明： $a_n < a_{n+1}$ ，對所有自然數 n 皆成立。(10%)

### 第二部份：應用題 (共 5 題，每題十分)

答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分 (題上作答者不予計分)。

1、已取得專業職人執照 蕾窩莉，立志成為專業的精算師與財務分析師，於多年前就讀 東吳大學財精系，並順利畢業。就讀期間，向 東吳銀行 申請就學貸款，並辦理自動扣繳。下列表格為扣繳明細，其中每期利率固定，每期固定扣繳金額為 2100，請問於第 N 期扣繳完畢後，蕾窩莉 尚有多少的本金需要償還? (10%)

期數	利息	扣繳金額
N - 1	100	2100
N	98	2100

# 東吳大學 106 學年度大學個人申請入學招生考試試題

第 3 頁 / 共 3 頁

學系	財務工程與精算數學系	考試時間	70 分鐘
科目	數學科筆試	本科總分	100 分

- 2、精算臘人 蕾窩莉 研究保險公司客戶的分類資料，該公司客戶有 10000 人，其中未購買醫療險有 2000 人，未購買意外險的有 2500 人，兩種保險皆未購買者有 1000 人，試問在 蕾窩莉 所研究的資料中，有多少客戶僅投保意外險而未投保醫療險？(10%)
- 3、臘人協會 的 擬特倮·窩超牆 會長正苦惱著該協會退休年金問題。於年初時，該年金之基金僅剩下一百萬元，但未來仍有兩期年金需要給付，遂商請在保險公司精算部工作的 蕾窩莉 進行年金改革。該年金請領人數有 121 人，並承諾於每年年末時給付固定金額 5000 元，假設年利率為 10%。若不補足基金差額，則最後兩期年金之給付金額應調降多少金額，方可使該年金能順利給付此兩期年金。(答案以無條件進位法取至整數) (10%)
- 4、臘人協會 的最新任務為收復鬼島，鬼島首領下令其飄飄兵團沿著通過座標為(-5,0) 與 (0,5)之直線佈下陣線，並將其陣線以每小時  $\sqrt{2}$  單位的速度往東南方推進。同時，臘人協會 從座標為 (0,0) 的據點派出具有臘人執照的 酷啦!皮卡丘，以時速 1 單位往西方移動，前去刺探敵情，其偵查範圍為以其座標位置為圓心，且半徑為 2 單位的圓，試問幾小時後 酷啦!皮卡丘 的偵查範圍可以接觸到飄飄兵團的陣線？(10%)
- 5、最後，臘人協會 成功收復鬼島，並在 猛食袋 餐飲店舉辦慶功宴，適逢該餐廳周年慶，為了答謝客戶的支持，特別舉辦「打乳鴿，炒鴨盜」餐點贈送遊戲，其規則如下：
- (1) 兩人一組，一人就打擊區，一人就一壘壘包位置。
  - (2) 窩噴醬 使用噴槍噴出玩具乳鴿，打擊者揮擊，成功擊中乳鴿者，可得烤乳鴿一份。
  - (3) 當打擊者揮棒時，一壘跑者可以盜壘，由 拉客小降 負責阻殺跑者。若是盜壘成功，則可以得到炒鴨一盤。
  - (4) 若是打擊與盜壘皆成功，則贈送大份雙拼餐點。若是僅過一項，則僅得烤乳鴿或炒鴨。
- 已知成功擊中乳鴿的機率為  $p$ ，盜壘成功機率為  $(1-p)$ ，烤乳鴿的成本為 30 元，炒鴨的成本為 30 元，大份雙拼餐點成本為 90 元，則玩一次該遊戲，其最高期望成本為多少？ (10%)