

東吳大學 106 學年度轉學生(含進修學士班轉學生)招生考試試題

第 1 頁，共 1 頁

| | | | |
|----|--------|------|--------|
| 系級 | 數學系二年級 | 考試時間 | 100 分鐘 |
| 科目 | 微積分 | 本科總分 | 100 分 |

1. (25%) 求下列極限值

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 2x + 6}{2x - 2}$

2. (5%) 求橢圓 $3x^2 + y^2 = 12$ 在點 (2,0) 之切線斜率。

3. (10%) 利用函數極限定義證明 $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{1+x} = 2$.

4. (5%) 求下列函數的所有相對極值點，並畫出其圖形

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

5. (15%) 函數 $f(x) = \frac{1}{x}, x \in [1, 3]$

(a) 請說明是否滿足均值定理之條件。

(b) 若(a)滿足均值定理，請求出滿足均值定理之 C 值。

(c) 若將 x 改為在區間 $[-1, 1]$ ，請問均值定理是否成立?請說明。

6. (10%) (a) $y = \frac{(3x+1)^3(4x-4)^{\frac{2}{3}}}{(x^2-2)^5}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ (b) $y = x^x (x > 0)$, 求 $\frac{dy}{dx}$

7. (20%) 請計算下列各式

(a) $\int 2x\sqrt{x^2-6} dx$ (b) $\int xe^{x^2} dx$ (c) $\int xe^x dx$ (d) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx$

8. (10%) 利用夾擠方法證明 $\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^k}{x+1} dx = 0$.