

東吳大學 109 學年度碩士班研究生招生考試試題

第1頁，共1頁

系級	數學系碩士班 B 組(決策科學與海量資料分析)	考試時間	100 分鐘
科目	統計學	本科總分	100 分

1. (10%) 設 X 為隨機變數其 pdf $f(x)$ 和 cdf $F(x)$. For a fixed number x_0 , define the function

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{[1-F(x_0)]}, & x \geq x_0 \\ 0, & x < x_0 \end{cases}. \text{ Prove that } g(x) \text{ is a pdf.}$$

2. (10%) 請描述中央極限定理，並說明其應用。

3. (10%) 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是 iid 且服從指數分配其 PDF: $f(X; \theta) = \theta e^{-\theta X}, X > 0, \theta > 0$, 求 θ 之 UMVUE (uniformly minimum variance unbiased estimator).

4. (10%) Let X and Y have the joint pdf $f(x, y) = 6(1 - x - y), x + y < 1, 0 < x, 0 < y$, zero elsewhere. Compute $P(2X + 3Y < 2)$

5. (10%) 令 $X \sim \text{poisson}(\lambda)$, 試推導計算 $E(X)$ 與 $\text{Var}(X)$.

6. (10%) 設 X 服從二項式分配 $B(n, p)$, 試求其動差生成函數(m. g. f.)。

7. (10%) 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是 iid 且服從 $N(\theta_1, \theta_2)$, 請利用最大概似法(MLE)求 (θ_1, θ_2) 之估計。

8. 德國某一研究抽菸狀態與子宮頸癌之間關係的資料

罹 癌	抽菸者	
	是	否
是	55	30
否	80	100

(a)(5%) 計算在該研究組別中，其是否抽菸與得到子宮頸癌的比率值。

(b)(5%) 以卡方檢定檢定在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 之下檢定抽菸和是否子宮頸癌兩者無關聯的虛無假說，你有何結論？

(c)(10%) 檢定同樣的虛無假說，但使用二項分佈常態近似法來作，你是否仍有相同的結論？

(d)(5%) 計算此兩母群體真正比率差異的 95%信賴區間。

(e)(5%) 此 95%信賴區間是否包含 0？你期望他會包含 0 嗎？

PS: 當顯著水準 $\alpha = 0.05$ 時 $\chi^2(1) = 3.84, Z_{0.975} = 1.96, Z_{0.95} = 1.645$