釋說新語之十三

試說量子力學裡的機與運

劉源俊

量子力學 (quantum mechanics) 是 1925-26 年間物理學家發展用來描述觀測儀器 (measuring apparatus) 與被觀測者 (the observed system) 間關係的學問。其中並不談力，稱之爲「力學」，其實是一謬誤。有人於是另創造 quantics（可譯爲「量子學」）一詞，著眼在避免誤解，但不通行。

在量子力學的數學描述裡，被觀測者的態 (state) 是用複數矢量宇 (complex vector space) 裡的矢量 (vector) 來表示[1]；如果維度是無窮大，則是所謂希爾伯特宇 (Hilbert space) 裡的矢量。此矢在初級量子力學書裡稱之爲「波函數」(wave function) 其實大謬不然，因爲並不是「波」；費因曼 (Feynman) 則主張稱爲state amplitude（「態幅」），表示被觀測者「潛在的運」（相當於海森堡所說的*potentia*），而非「實在的狀態」。

每一觀測則是用一「自伴算符」 (self-adjoint operator 或hermitian operator) 來表示，其樣貌與結構因所觀測的物理量（位置、動量、能量、角動量、儀等）而不同。此算符可視爲是一「機」（取機的本義，即機器、機關的機），由互相正交的諸本徵矢量（eigenvectors）構成，每一本徵矢量的長度代表該物理量的本徵值 (eigenvalue)[2]。

「觀測」(measurement) 是觀測者與被觀測者的交互作用。在矢量宇裡的描述，包含兩個步驟：第一步是「運態」逢「機」表態，而有「機運幅」（probability amplitudes，此處機的意思恰好雙關），就如同「矢量」因座標系 (coordinate system) 的選擇而表爲分矢量 (components) 的和；第二步則是「運」投射到「機」的某一本徵矢上去[3]——這時，所對應機運幅的絕對值平方就代表測得相關本徵值的或然率 (probability)。

不同物理量的「機」不同，因此兩不同觀測通常不能「對易」(non-commutability of different operators)，除非是兩機構可相重疊（即有相同的本徵矢）。當被觀測者處於某一物理量（例如位置）的本徵態時，則處於另一與之「不相容」的物理量（例如動量）的「兼態」(linear combination of eigenstates)。

理論與實驗的比較，要點在於本徵值、前述或然率以及所計算得的各種期望值。至於隨時推移的演變 (time-evolution equation)，則特別與系統的「本機」

(Hamiltonian operator) 有關。因爲或然率只關係到「運」與「機」間的投影，因而描述「時移」有「機演繪景」(Heisenberg picture) 與「運演繪景」(Schrödinger picture) 兩種不同的繪景 (pictures)。這兩種描述法各是海森堡（Heisenberg）與薛丁格（Schrödinger）分別於 1925 年與 1926 年發展出來的，但薛丁格與狄拉克（Dirac）分別於 1926 年又發展出所謂「轉換理論」(transformation theory)，證明二者等效。

如此，量子力學中與時推移的方程本身是「命定的」 (deterministic)，而「運態」與觀測的關係則以「或然」呈現(probabilistic)；「命」「運」互補相成（complementary），此是在哥本哈根詮釋 (Copenhagen interpretation)下，量子力學哲理的本質。

---

[1] 用 Dirac 的表示法，爲 $|\phi\rangle$。

[2] 用 Dirac 的表示法，爲 $|M| = \sum_i |u_i\rangle \lambda_i \langle u_i|$ ，$|u_i\rangle$ 爲 $|M|$ 的本徵矢。

[3] $|\phi\rangle \rightarrow |u_i\rangle$。