

什麼是 Moment ?

劉源俊

Moment 這個字在一般用語的意思是「瞬間」。但在物理裡，不說「瞬間」，因為語意含混；說「瞬時」（英文是 instant），指的是某時刻的當兒。所以，速度即「瞬時速度」（英文是 instantaneous velocity）。

然而物理裡，特別有好些地方出現 moment 這個字。我們看：moment of force 譯為「力矩」，moment of momentum 譯為「角動量」，moment of inertia 又譯為「轉動慣量」。為什麼？moment 到底是什麼意思呢？

進一部檢視，則發現力學裡：moment of force 定義為 $\boldsymbol{\tau} \equiv \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ ，moment of momentum 定義為 $\mathbf{L} \equiv \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ ，moment of inertia 定義為 $I_{ij} \equiv \boldsymbol{\Sigma} m r_i r_j$ 。 $\boldsymbol{\tau}$ 稱為力矩是有道理的，因為其大小是力在跟力臂垂直方向的分量與力臂的乘積，可以畫出一矩形來；準此， \mathbf{L} 稱為「動量矩」也是可以的，只是一般依據它的另一名稱 angular momentum 譯成角動量。

然而， I_{ij} 就複雜得多，與矩形毫無關係；一般依據它界定角動量與角速度間的關係，可類比於動量與速度間的關係，因而譯成轉動慣量；不直譯為「慣量矩」也是對的，因為它不達意。

三者英文裡都有 moment 這字，這字可是與矩形一點關係都沒有，其中必有道理。原來，這幾個定義都與「分布」有關。為顯示某物理量離開一參考原點分佈的情況，我們可以定義好多階的 moments——物理量乘上距離的一次式加總起來稱為 the first moment（一般譯為「第一階矩」）；物理量乘上距離的二次式加總起來稱為 the second moment；依此類推。因此，前述力矩與角動量屬「第一階矩」，轉動慣量則屬「第二階矩」。

電學中定義「電偶極矩」（electric dipole moment）為 $\mathbf{p} \equiv \boldsymbol{\Sigma} q \mathbf{r}$ ，屬第一階矩；定義「電四極矩」（electric quadrupole moment）為 $Q_{ij} \equiv \boldsymbol{\Sigma} (3q r_i r_j - r^2 \delta_{ij})$ ，屬第二階矩；「電八極矩」屬第三階矩；依此類推，電 2^l 極矩屬第 l 階矩。「磁偶極矩」的定義則為 $\mathbf{m} \equiv \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma} q \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ ，與角動量有一定的關係，屬第一級矩；「磁四極矩」要複雜得多，屬第二級矩；依此類推……。

統計學裡借用了這一套作法，定義任一個分布的各階矩。有個「唯一定理」說：如果知道所有各階的矩，就能推知整個分布。